

I logaritmi ed il calcolo del pH

Sia data la seguente condizione: $a^x = b$.

Si ricava che $\log_a b = x$.

La scrittura viene letta come «logaritmo in base a di b è uguale ad x».

Possiamo dire che «x è l'esponente a cui dobbiamo elevare la base a per ottenere il numero b».

Vediamo alcuni esempi utilizzando la base 10 (logaritmi decimali).

I logaritmi in base 10 vengono scritti $\log_{10} b = x$ oppure $\text{Log } b = x$.

Sono normalmente utilizzati per calcolare il pH delle soluzioni.

	perché
$\log_{10} 1000 = 3$	$10^3 = 1000$
$\log_{10} 100 = 2$	$10^2 = 100$
$\log_{10} 10 = 1$	$10^1 = 10$
$\log_{10} 1 = 0$	$10^0 = 1$
$\log_{10} 0,1 = -1$	$10^{-1} = 0,1 = 1/10$
$\log_{10} 0,01 = -2$	$10^{-2} = 0,01 = 1/100$
$\log_{10} 0,001 = -3$	$10^{-3} = 0,001 = 1/1000$

In generale, si vede che $\log_{10} 10^n = n * \log_{10} 10 = n * 1 = n$

Si possono comunque calcolare i logaritmi di tutti i numeri positivi.

Viene quindi escluso, assieme a tutti i numeri negativi, anche lo zero.

Si consideri l'espressione vista per l'autoprotolisi dell'acqua, misurata in condizioni standard (STP), cioè alla pressione di un'atmosfera e alla temperatura di 25° C (pari a 298,15° K).

$$[\text{H}_3\text{O}^+] = [\text{H}^+] = 10^{-7} \text{ M}$$

Questo ci dice che la molecola dell'acqua è estremamente stabile e che solo una molecola, su dieci milioni di molecole disponibili, si trova in forma dissociata.

Applichiamo, a sinistra e a destra dell'uguale lo stesso operatore, in questo caso il logaritmo in base dieci.

$$\begin{aligned}\log_{10} [\text{H}^+] &= \log_{10} 10^{-7} \\ \log_{10} [\text{H}^+] &= -7 * \log_{10} 10 \\ \log_{10} [\text{H}^+] &= -7 * 1 \\ \log_{10} [\text{H}^+] &= -7\end{aligned}$$

cambiamo il segno a sinistra e a destra dell'uguale

$$- \log_{10} [\text{H}^+] = 7$$

sostituiamo il simbolo opportuno e definiamo

$$\text{pH} = 7$$

pH neutro

Per il prodotto ionico dell'acqua, chiaro che $[\text{H}^+] = [\text{OH}^-] = 10^{-7} \text{ M}$ e, con un ragionamento analogo a quanto appena visto ricaveremo, sempre nelle condizioni di neutralità dell'acqua, **pOH = 7**.

Nel prodotto ionico dell'acqua abbiamo infatti:

$$K_w = [H^+] [OH^-] = 10^{-14}$$

Considerando la seguente regola dei logaritmi:

$$\log_{10} (a * b) = \log_{10} a + \log_{10} b$$

e applicandola al prodotto ionico dell'acqua, si ricava:

$$[H^+] [OH^-] = 10^{-14}$$

$$\log_{10} ([H^+] [OH^-]) = \log_{10} 10^{-14}$$

$$\log_{10} [H^+] + \log_{10} [OH^-] = - 14 * \log_{10} 10$$

$$\log_{10} [H^+] + \log_{10} [OH^-] = - 14 * 1$$

$$\log_{10} [H^+] + \log_{10} [OH^-] = - 14$$

cambiando il segno a sinistra e a destra dell'uguale

$$- \log_{10} [H^+] - \log_{10} [OH^-] = 14$$

sostituiamo il simbolo opportuno e definiamo

$$\mathbf{pH + pOH = 14}$$

da cui

$$\mathbf{pH = 14 - pOH}$$